



*TESTES ESTATÍSTICOS DE ADERÊNCIA DAS  
TÁBUAS BIOMÉTRICAS - 2018*

---

*Instituto de Previdência do Município de Jundiaí - IPREJUN  
Jundiaí (SP)*



## TESTES ESTATÍSTICOS DE ADERÊNCIA DAS TÁBUAS BIOMÉTRICAS - 2018

IPREJUN - Jundiaí (SP)

---

**Resumo:** O presente Relatório tem como objetivo apresentar os resultados dos testes estatísticos realizados em novembro de 2018 para avaliar a aderência das tábuas biométricas adotadas como hipóteses atuariais na apuração do passivo previdenciário do Instituto de Previdência do Município de Jundiaí - IPREJUN. Para tanto, o RPPS encaminhou histórico de eventos e expostos aos riscos de mortalidade e de invalidez entre 2009 e 2017, sendo que, segundo informações do RPPS, os eventos de óbitos entre 2009 e 2015 estavam sub-apurados, sendo necessárias adequações, conforme melhor explicitado no relatório. No que diz respeito à mortalidade geral, observadas as metodologias aplicadas, se pôde detectar a aderência das tábuas publicadas pelo IBGE (hipótese vigente) à população de segurados do RPPS. Porém, vem sendo observados consistentemente menos óbitos que o estimado por essas hipóteses, levando-nos a recomendação de realização de estudos periódicos para que, com base em dados completos e consistentes, se possa avaliar a substituição das mesmas por tábuas mais longevas. Já em relação aos óbitos de inativos inválidos, observou-se no município mais óbitos que o estimado pela tábua vigente (IBGE). Não obstante, trata-se do parâmetro mínimo de referência, conforme Portaria 403/2008 e Portaria 464/2018, devendo ser mantidas para apuração do passivo atuarial. Para Entrada em invalidez, se observou oportunidade de melhoria, adotando-se tábua que gere um número de eventos mais próximo ao que vem sendo observado, visto que a tábua vigente (Álvaro Vindas) tem estimado um número bem inferior que o que vem sendo observado. Recomenda-se o agravamento da tábua, para que o passivo atuarial apurado reflita a realidade de maneira mais fidedigna.

## 1. INTRODUÇÃO

*O presente relatório tem como finalidade apresentar os resultados dos testes estatísticos realizados pela Lumens Atuarial, visando a análise da adequação das atuais hipóteses Biométricas utilizadas nas avaliações atuariais do Plano de Benefícios administrado pelo Instituto de Previdência do Município de Jundiaí - IPREJUN.*

*As hipóteses atuariais devem ser sempre as melhores estimativas possíveis para as variáveis adotadas na apuração do custo e do custeio dos planos de benefícios, visando sempre a sustentabilidade e a solvência dos planos de benefícios previdenciários.*

*Assim, conforme disposto na Portaria 403/2008, que trata dos aspectos técnicos e atuariais a serem observados pelos Regimes Próprios de Previdência Social, RPPS:*

*“Art. 5º O ente federativo, a unidade gestora do RPPS e o atuário responsável pela elaboração da avaliação atuarial deverão eleger conjuntamente as hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras **adequadas às características da massa de segurados** e de seus dependentes para o **correto dimensionamento dos compromissos futuros do RPPS (...)**” (Original sem grifo)*

*Referido texto se manteve na Portaria 464/2018, recentemente publicada, sendo observada a necessidade de adequação e aderência da hipótese à realidade da massa de segurados e dependentes, visando o correto dimensionamento do passivo previdenciário.*

*Importante destacar que o passivo atuarial é sensível às hipóteses e é necessário que as mesmas estejam tecnicamente ajustadas visando a sustentabilidade do RPPS.*

*Por disposição dessa mesma Resolução 464/2018, será exigido Relatório de Análise das Hipóteses para comprovação de tal adequação às características da massa de beneficiários do regime, observadas diretrizes do Art. 18 do referido normativo.*

*Desta forma, observada a legislação vigente e as hipóteses atuariais adotadas pelo RPPS na gestão atuarial do plano por ele administrado, foram avaliadas as hipóteses de mortalidade geral, mortalidade de inválidos e entrada em invalidez, conforme segue no presente documento.*

*Este relatório está estruturado em 5 capítulos, sendo este a introdução, seguido de capítulo específico aos dados disponibilizados. Os capítulos seguintes apresentam a metodologia, os resultados apurados e recomendações, restando, por fim, as considerações finais acerca dos estudos.*

## **2. DOS DADOS DISPONIBILIZADOS**

*Para realização dos estudos, nos foram disponibilizados pelo IPREJUN estatísticas relacionadas aos eventos de falecimentos de válidos, falecimentos de inválidos e entradas em invalidez, considerando um histórico de dados entre 2009 e 2017. Foram ainda disponibilizados dados dos segurados expostos aos riscos de mortalidade, mortalidade de inválidos, e entrada em invalidez sendo possível a confrontação das probabilidades de morte e de invalidez observadas àquelas que seriam esperadas pelas diferentes tábuas biométricas.*

*Nos foi comunicado ainda que para os anos de 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014 e 2015 o número de falecimentos não contemplava os óbitos daqueles segurados que, ao falecer, não geraram pensão. Nos foi informado ainda que o percentual de óbitos a gerar pensão historicamente é de 50%.*

*Assim, como medida corretiva dos dados, os referidos eventos foram duplicados nos anos em questão, de forma a aproximar os dados encaminhados à realidade do município. O número de eventos foi duplicado nas mesmas idades em que se observou falecimentos.*

*Com isso, apesar de realizados, os testes que avaliam a distribuição de óbitos, idade a idade, não puderam ser levados em consideração para fins conclusivos.*

## **3. METODOLOGIA**

*Os testes estatísticos realizados buscam atestar a aderência decorrente da confrontação entre as probabilidades de ocorrência de morte ou invalidez constantes da tábua biométrica utilizada em relação àquelas constatadas junto à massa de segurados considerando.*

Considerando os dados disponibilizados, cujo histórico de eventos compreende os anos de 2009 a 2017, buscou-se a aplicação das diferentes metodologias apresentadas a seguir:

### 3.1. TESTE KOLMOGOROV-SMIRNOV

O teste estatístico Kolmogorov-Smirnov (KS) é utilizado para verificar se duas distribuições de probabilidade diferem significativamente uma da outra ou se uma distribuição de probabilidade difere significativamente de uma distribuição em hipótese, fundamentando-se a análise em amostras finitas.

Para o caso em tela, a adoção do Teste KS é utilizada para avaliar a aderência da distribuição de óbitos, entradas em invalidez, rotatividade ou entradas em aposentadoria da população segurada do plano de benefícios exposta aos respectivos riscos.

O teste KS é baseado na maior distância absoluta entre as funções de distribuição acumulada  $F(x)$  e  $G(x)$  sendo estas extraídas dos eventos esperados e observados, respectivamente. As amostras são aleatórias, mutuamente independentes e discretas.

Assim, o teste se dá em função das seguintes hipóteses:

- **$H_0$  (Hipótese Nula):** A distribuição de probabilidade observada se aproxima da distribuição de probabilidade esperada, conforme a tábua adotada como premissa.
- **$H_1$  (Hipótese Alternativa):** A distribuição de probabilidade observada não se aproxima da distribuição de probabilidade esperada, conforme a tábua adotada como premissa.

Com base nas duas distribuições acumuladas, pode-se apurar a seguinte estatística:

- $D_i = \sqrt{[F(x_i) - G(x_i)]^2}$
- $D_{Max} = \text{Máximo } [D_i]$ , onde  $i = 1, 2, (...)$   $w$ , sendo  $w$  a última idade da tábua biométrica adotada.

Apurada a divergência máxima ( $D_{Max}$ ) deve-se verificar tal medida comparativamente aos valores tabelados por Kolmogorov-Smirnov, conforme a seguir:

<i>Amostra</i>	<i>alpha = 0.10</i>	<i>alpha = 0.05</i>	<i>alpha = 0.01</i>
5	0,51	<b>0,56</b>	0,67
10	0,37	<b>0,41</b>	0,49
15	0,3	<b>0,34</b>	0,4
20	0,26	<b>0,29</b>	0,35
25	0,24	<b>0,26</b>	0,32
30	0,22	<b>0,24</b>	0,29
40	0,19	<b>0,21</b>	0,25
<i>n</i>	<i>1,22/Raiz(n)</i>	<b><i>1,36/Raiz(n)</i></b>	<i>1,63/Raiz(n)</i>

Caso a divergência máxima seja superior ao valor tabelado, dado um tamanho de amostra “n” e nível de significância  $\alpha$ , deve-se rejeitar a hipótese nula de aderência da tábua biométrica.

### 3.2. TESTE BINOMIAL

O teste binomial pode ser aplicado quando se possui grandes amostras de dados, cujos elementos estudados são variáveis aleatórias com distribuição Bernoulli. A distribuição Bernoulli é uma distribuição discreta de espaço amostral  $\{0, 1\}$ , com probabilidades  $P(0) = 1 - q$  e  $P(1) = q$ , complementares.

A probabilidade de morte ( $qx$ ) ou sobrevivência ( $1-qx$ ) numa determinada idade ( $x$ ) ou ainda a probabilidade de invalidez ou permanência na condição de válido numa mesma idade, são exemplos de variáveis aleatórias com distribuição Bernoulli de probabilidade.

Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli ( $q$ ), temos a seguinte relação:

$$X \sim \text{Bernoulli}(q) \begin{cases} 1, \text{ em caso de óbito / Invalidez (probabilidade } q) \\ 0, \text{ caso contrário (probabilidade } 1-q) \end{cases}$$

Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são  $n$  variáveis aleatórias com distribuição de Bernoulli independentes com parâmetro  $q$  (probabilidade de sucesso), então a soma dessas variáveis aleatórias é uma variável aleatória  $B$  (número de óbitos / invalidez) com distribuição Binomial ( $n, q$ ), onde a média equivale a  $n \times q$  e variância  $n \times q \times (1-q)$ .

Seja  $q$  uma probabilidade específica de sucesso (óbito/invalidez/ etc). Na medida em que  $n$  cresce, em conformidade ao Teorema Central do Limite, pode-se utilizar a distribuição normal como aproximação razoável para calcular as

probabilidades associadas a uma variável aleatória com distribuição binomial. Ou seja,  $B$  possui uma distribuição assintoticamente Normal.

Assim, o teste se dá em função das seguintes hipóteses:

- $H_0$  (**Hipótese Nula**): Probabilidade observada ( $q$ ) equivale à Probabilidade de esperada ( $q_0$ ).
- $H_1$  (**Hipótese Alternativa**): Probabilidade observada ( $q$ ) difere da Probabilidade esperada ( $q_0$ ).

A variável aleatória  $B$  possui distribuição assintoticamente Normal, com média  $n \times q_0$  e variância  $n \times q_0 \times (1 - q_0)$ .

Logo:

- Se  $B \cong N(n \times q_0, n \times q_0 \times (1 - q_0))$

Podemos padronizar a distribuição, extraindo a seguinte relação:

$$P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{B - (n \times q_0)}{\sqrt{(n \times q_0) \times (1 - q_0)}} \leq Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

Para testar a hipótese  $H_0$ , dado um nível de significância estatística de  $\alpha$ , pode-se construir um Intervalo de Confiança e verificar se a observação está dentro do intervalo de confiança ou na região crítica.

- O intervalo de  $1 - \alpha$  de confiança pode ser obtido mediante a seguinte formulação:

$$IC_{(1-\alpha)} = \left( (n \times q_0) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma; (n \times q_0) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma \right)$$

Onde:

$$\sigma = \sqrt{n \times q_0 \times (1 - q_0)}$$

Para construção de um intervalo de confiança de 95%, considera-se  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  equivalente a 1,96, conforme tabela da distribuição normal.

A hipótese nula, de equivalência das distribuições de probabilidades, não será rejeitada se o valor observado estiver dentro do intervalo de confiança. Será

rejeitado, porém, caso o valor observado se situe na região crítica, ou seja, fora do Intervalo de Confiança.

O teste é realizado idade a idade e, também, considerando o total de óbitos observados em relação ao total de óbitos estimados, dado seu intervalo de confiança.

Na primeira análise se pode avaliar a aderência da distribuição de óbitos ou entradas em invalidez da tábua em relação ao observado. Na segunda análise, se avalia a aderência do número total de óbitos ou entradas em invalidez em relação ao esperado.

Para complementar o estudo, pode-se verificar o nível de aderência das tábuas testadas verificando-se o percentual de idades que apresentaram eventos dentro do intervalo de aceitação da própria idade.

### 3.3. TESTE Z

Seguindo a mesma lógica estatística apresentada no método anterior, por meio do Teste Z será possível comparar várias tábuas para identificar aquela cuja probabilidade observada mais se aproxima da probabilidade extraída da tábua que está sendo testada.

Dado que a variável aleatória  $B$  possui distribuição Binomial, com média  $n \times q$  e variância  $n \times q \times (1-q)$ , para testar as probabilidades, podemos extrair a seguinte relação: Dividindo-se a variável  $B$  (número de eventos) por  $n$ , teremos uma variável  $P$  (proporção de eventos) que também segue uma distribuição Binomial com parâmetros " $q/n$ " e " $n/n$ ", com média  $q_0$  e variância  $q_0 \times (1 - q_0)/n$ .

Logo:

- $P \sim B(q_0, q_0 \times (1 - q_0)/n)$
- $P \cong N(q_0, q_0 \times (1 - q_0)/n)$  sendo  $q_0$  novamente a probabilidade de eventos extraída da tábua testada.

Padronizando a distribuição, temos:

---

<sup>1</sup> Obtido pela regra geral de transformação de variância, multiplicando-se  $1/n^2$  por  $\text{var}[B]$ .

$$\bullet \quad Z_i = \frac{(q - q_0)}{\sqrt{\frac{q_0 \times (1 - q_0)}{n}}} \sim N(0,1)$$

Onde  $q$  refere-se à proporção de eventos obtida pelo número de eventos efetivamente observados no período, em relação aos expostos ao risco ( $n$ ) e  $q_0$  refere-se à probabilidade extraída da tábua biométrica testada, onde  $i$  varia em função da idade testada.

Por fim, ao somarmos as distribuições  $Z_i$ , em todas as idades em que há quantidade suficiente de expostos aos riscos no plano, tem-se uma variável  $SZ$  igualmente com distribuição Normal, média 0 (soma das médias) e variância  $n$  (soma das variâncias)<sup>2</sup>. Da mesma forma, utilizando da formulação anterior, padroniza-se a variável  $SZ$  para torna-la simétrica em torno da média 0 e com variância 1.

Caso  $SZP$  (Variável  $SZ$  Padronizada) calculado esteja situado na região crítica da distribuição normal padrão, de acordo com o nível de significância adotado, rejeita-se a hipótese nula, caso contrário, temos a indicação de aderência da tábua testada, conforme teste de hipóteses abaixo:

- **$H_0$  (Hipótese Nula):** Probabilidade de eventos observada ( $q$ ) equivale à Probabilidade de eventos esperada ( $q_0$ ).
- **$H_1$  (Hipótese Alternativa):** Probabilidade de eventos observada ( $q$ ) difere da Probabilidade de eventos esperada ( $q_0$ ).

Um importante pressuposto desse método a ser observado é a presença de amostras significativas em cada uma das idades, dado que se trata de um teste paramétrico, onde se infere a distribuição normal nas diferentes idades.

### 3.4. TESTE QUI-QUADRADO

Por meio do teste estatístico Qui-Quadrado ( $\chi^2$ ), é possível verificar se a população estudada se comporta de forma semelhante à tábua adotada. Tal constatação ocorre quando as divergências entre as frequências observadas e esperadas forem muito pequenas, não significativas.

---

<sup>2</sup> A soma de variáveis aleatórias Normais é ainda Normal com média igual à soma das médias. Se as variáveis forem independentes a variância é igual à soma das variâncias.

O índice  $\chi^2$  é calculado pela fórmula abaixo:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Onde:

$O_i$  = Frequência Observada na idade  $i$ ; e

$E_i$  = Frequência Esperada na idade  $i$ .

O teste estatístico se dá em função das seguintes hipóteses:

- **$H_0$  (Hipótese Nula):** A tábua adotada está aderente à experiência da população estudada ou  $O=E$ .
- **$H_1$  (Hipótese Alternativa):** A tábua adotada não está aderente à experiência da população estudada ou  $O \neq E$

Após o cálculo do  $\chi^2$ , verifica-se o ' $\chi^2$  Crítico' levando-se em consideração o nível de significância adotado e os graus de liberdade. O mesmo será denotado como  $\chi^2_{gl;\alpha}$ , onde 'gl' demonstra os Graus de Liberdade e ' $\alpha$ ' o Nível de Significância.

Adotou-se 5,00% como nível de significância, sendo este o erro máximo de aceitação. O teste revela que, se o  $\chi^2$  for superior ao ' $\chi^2$  Crítico', a hipótese nula ( $H_0$ ) deve ser rejeitada. Em contrapartida, se o  $\chi^2$  for inferior ao ' $\chi^2$  Crítico' a hipótese nula ( $H_0$ ) não deve ser rejeitada ao nível de significância definido.

Dentre as inúmeras tábuas testadas seleciona-se prioritariamente aquelas onde o teste nos indica não ser possível rejeitar a hipótese nula, com confiança estatística.

Importante destacar que, conforme bibliografia científica, um importante pressuposto do teste é possuir, em todas as faixas analisadas, um número de eventos esperados igual ou maior que 5. Assim, as faixas etárias são constituídas agregando-se as idades de forma a se respeitar o pressuposto.

### 3.5. DESVIO QUADRÁTICO MÉDIO

Como forma complementar de avaliar os riscos de não adequação das tábuas biométricas, apura-se o Desvio Quadrático Médio (DQM) por ano e por idade, sendo esta medida calculada mediante a formulação a seguir:

$$DQM = \sqrt{\sum_{i=1}^n (E_i^{Obs} - E_i^{Esp})^2 / (n)}$$

Onde,

*DQM* Refere-se ao Desvio Quadrático Médio apurado entre os eventos observados e esperados;

$E_i^{Obs}$  Refere-se aos eventos observados no ano (ou idade)  $i$  de observação;

$E_i^{Esp}$  Refere-se aos eventos esperados no ano (ou idade)  $i$  de observação;

$i$  refere-se à variável “ano de análise” ou “idade de análise” sendo  $n$  o número de anos utilizados no período ou idades analisadas.

Por meio dessa análise, as tábuas mais aderentes são aquelas que demonstram menor Desvio Quadrático Médio. Trata-se de uma metodologia que, apesar de não demonstrar resultados conclusivos com base em significância estatística, se mostra adequada para comparar diferentes tábuas, caso os testes estatísticos não sejam conclusivos.

## 4. RESULTADOS E RECOMENDAÇÕES

De posse dos dados disponibilizados, foram testadas diferentes tábuas biométricas de forma a se confrontar as probabilidades de sinistros (óbitos e entradas em invalidez) extraídas de tais estatísticas com aquelas que vem sendo observadas junto à experiência dos segurados do RPPS.

Os resultados serão apresentados em tópicos específicos para mortalidade geral, mortalidade de inválidos e entradas em invalidez, conforme segue:

### 4.1. MORTALIDADE GERAL

Atualmente é adotada tábua publicada pelo IBGE como hipótese de mortalidade geral aos segurados do IPREJUN. Foram aplicados os diferentes testes estatísticos apresentados, visando à análise da adequação da referida hipótese ou a necessidade de substituição da mesma, conforme demonstrado a seguir.

Destaca-se que, para mortalidade geral, por ineficiência dos dados, os óbitos ocorridos entre 2009 e 2015 foram considerados de forma duplicada, haja vista

que os dados disponibilizados possuíam apenas 50% dos eventos ocorridos, conforme informações do RPPS.

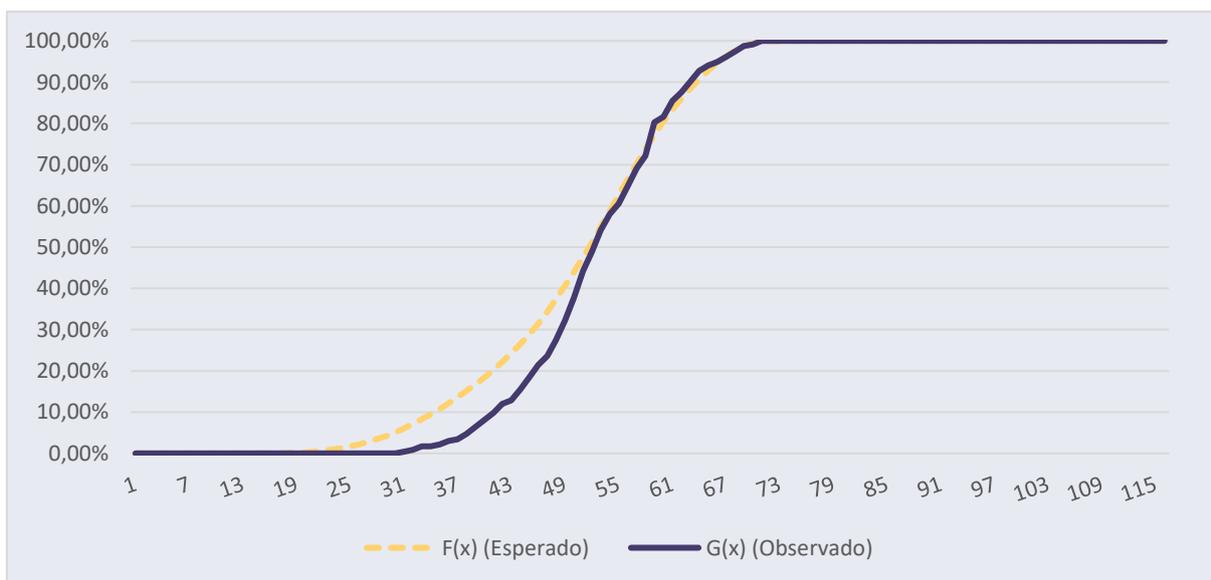
Em função de tal ajuste, observamos a impossibilidade de adotarmos o teste Kolmogorov-Smirnov de forma conclusiva, visto que este tem como objetivo testar a distribuição de óbitos ao longo das idades, restando prejudicado pela adequação efetuada nos dados.

Por este teste todas as tábuas testadas seriam rejeitadas, conforme segue:

KOLMOGOROV-SMIRNOV	TESTE K-S	Critical statistic	Resultado
IBGE 2015	0,1300	0,1268	Rejeita H0
IBGE 2016	0,1309	0,1268	Rejeita H0
AT 83	0,1990	0,1268	Rejeita H0
UP 94 e	0,2826	0,1268	Rejeita H0
AT 2000 - M	0,2109	0,1268	Rejeita H0
AT 2000 - F	0,2461	0,1268	Rejeita H0

Observa-se que, apesar da rejeição da hipótese, o que ocorreu dado o ajuste efetuado nos dados, entre as 5 tábuas demonstradas, aquelas publicadas pelo IBGE se mostraram mais próximas da região de não rejeição, haja vista que o índice K-S foi inferior às demais.

**Gráfico:** Teste KOLMOGOROV-SMIRNOV – Tábua IBGE 2016



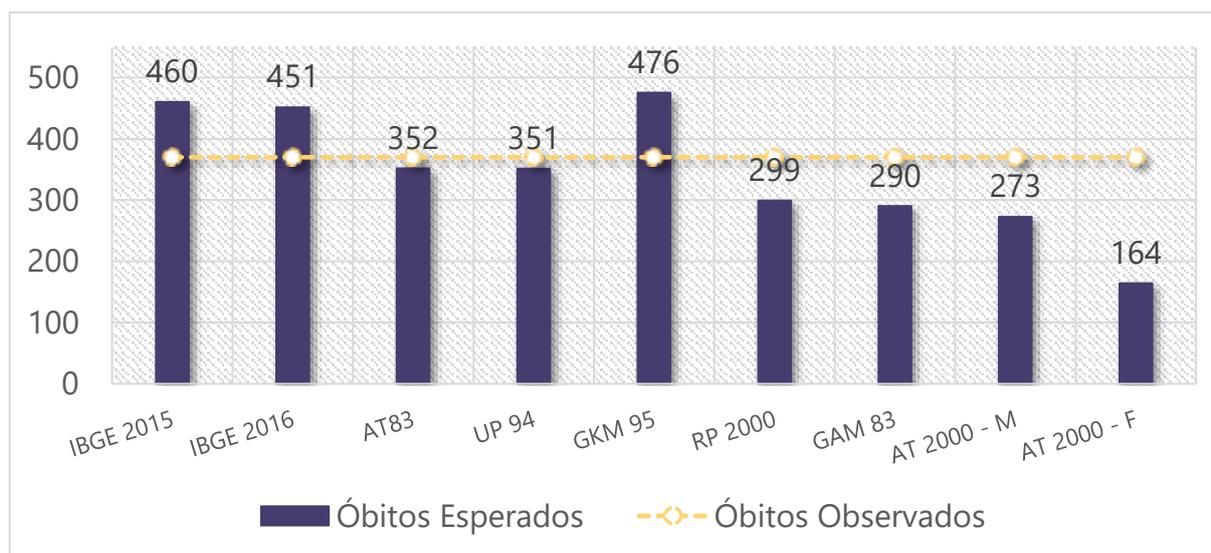
Haja vista a impossibilidade de adoção do Teste K-S de forma conclusiva, foram realizados os demais testes apresentados para averiguação da aderência da hipótese vigente e das demais tábuas testadas.

Pelo teste binomial, entre as tábuas selecionadas, apenas a AT 2000 - F seria rejeitada, sendo a AT 83 e a UP94 as que demonstraram menor divergência entre os óbitos esperados e observados, estando a média esperada de eventos próxima da que se observou no município.

TESTE BINOMIAL	Média	Variância	L. Inferior	L. Superior	Observado	Divergência	Teste Global
IBGE 2015	46,02	45,23	33	59	37	-9,02	Não rejeita
IBGE 2016	45,14	44,37	32	58	37	-8,14	Não rejeita
AT 83	35,17	34,50	24	47	37	1,83	Não rejeita
UP 94	35,12	34,24	24	47	37	1,88	Não rejeita
AT 2000 - M	27,28	26,85	17	37	37	9,72	Não rejeita
AT 2000 - F	16,41	16,20	9	24	37	20,59	Rejeita H0

As tábuas publicadas pelo IBGE demonstram a expectativa de um número maior de óbitos que o que de fato se observou. O Gráfico a seguir demonstra o total de óbitos observados versus o total de óbitos esperados pelas diferentes tábuas, considerando o período analisado.

**Gráfico:** Eventos Esperados e observados – Mortalidade Geral



Conforme mencionado, se pode observar maior proximidade entre os eventos ocorridos e esperados pelas tábuas AT-83 e UP-94. Ao longo do período analisado se constatou 370 óbitos, enquanto que tais tábuas estimaram 352 e 351, respectivamente. As tábuas do IBGE têm gerado uma estimativa muito superior ao observado no município, demonstrando ser a população de segurados mais longeva que a média da população brasileira.

Analisando-se as tábuas não rejeitadas pelo teste Binomial, aplicando-se o teste Qui-quadrado, apurou-se os seguintes resultados:

Teste Qui-quadrado	Estatística Q <sup>2</sup>	Graus de Liberdade	Crítica statistic	Resultado
IBGE 2015	5,17	7	14,07	Não rejeita H0
IBGE 2016	4,96	7	14,07	Não rejeita H0
AT 83	6,07	5	11,07	Não rejeita H0
UP 94	15,90	5	11,07	Rejeita H0
AT 2000 - M	12,73	4	9,49	Rejeita H0

Pelo teste Qui-quadrado observa-se a rejeição das tábuas AT 2000 - M e UP-94. Esta última, apesar de demonstrar um quantitativo global próximo ao esperado apresentou divergências significativas ao longo das faixas etárias, levando-nos à exclusão da mesma como estimativa de sobrevivência dos segurados do Plano.

Entre as tábuas não rejeitadas pelo teste Qui-quadrado, observa-se um menor índice Q2 na tábua IBGE 2016.

Quando se analisa o desvio quadrático médio, tem-se que a tábua IBGE 2016 demonstrou menor divergência quando se analisa a média de óbitos esperados idade a idade e a AT 83 demonstrou menor divergência quando se analisa o total de óbitos ano a ano.

DESVIO QUADRÁTICO	DQM (MÉDIA/IDADE)	DQM (TOTAL / ANO)
IBGE 2015	0,114	17,53116659
IBGE 2016	0,112	16,90037812
AT 83	0,114	13,54278432

De posse desses resultados, e analisando-os tendo em conta as adequações efetuadas na base de dados, haja vista a impossibilidade de coleta de informações dos óbitos totais ocorridos entre 2009 e 2015, recomenda-se a manutenção, para as próximas avaliações atuariais, da Tábua publicada pelo IBGE.

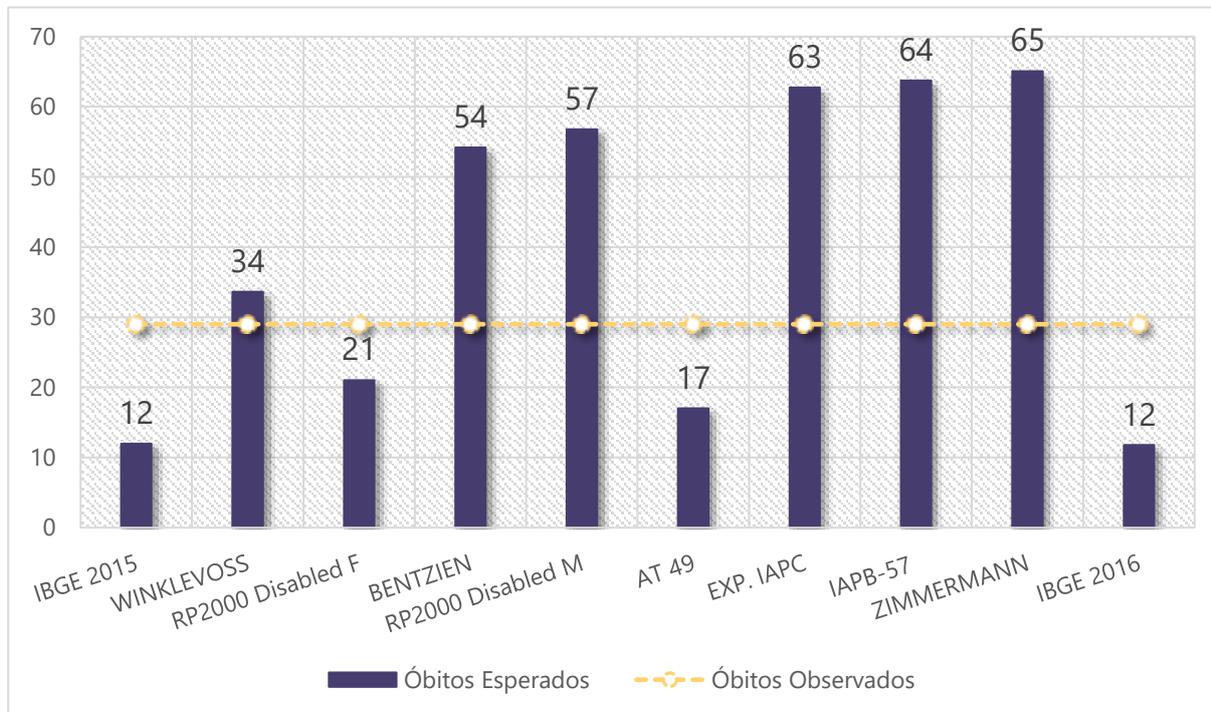
Não obstante, tendo em vista que a população segurada do IPREJUN tem demonstrado uma maior longevidade que a média da população brasileira (IBGE - 2016), recomenda-se a realização de estudos de sensibilidade do passivo considerando a tábua AT 83 como referência para que, com base em dados completos e consistentes, se possa implementar a adequação da hipótese nos próximos exercícios.

## 4.2. MORTALIDADE DE INVÁLIDOS

Atualmente é adotada tábua publicada pelo IBGE como hipótese de mortalidade geral aos segurados do IPREJUN. Tendo em vista o quantitativo de

expostos e eventos, foram aplicados testes estatísticos mais simples para avaliar a melhor tábua a ser adotada aos segurados do RPPS.

**Gráfico:** Eventos Esperados e observados – Mortalidade de Inválidos



Conforme demonstrado no Gráfico, observa-se uma mortalidade de inválidos superior à estimada pela tábua vigente (IBGE 2015), sendo mais aderente às tábuas naturalmente publicadas para mortalidade de inválidos, como Winklevoss e RP2000 Disabled.

Não obstante, e apesar de o desvio quadrático de tais tábuas terem demonstrado maior proximidade à realidade do município, haja vista as disposições da Portaria 403/2008, mantidas pela Portaria 464/2018, cuja tábua mínima de referência para estimativa de sobrevivência dos inválidos é aquela publicada pelo IBGE, recomenda-se sua manutenção.

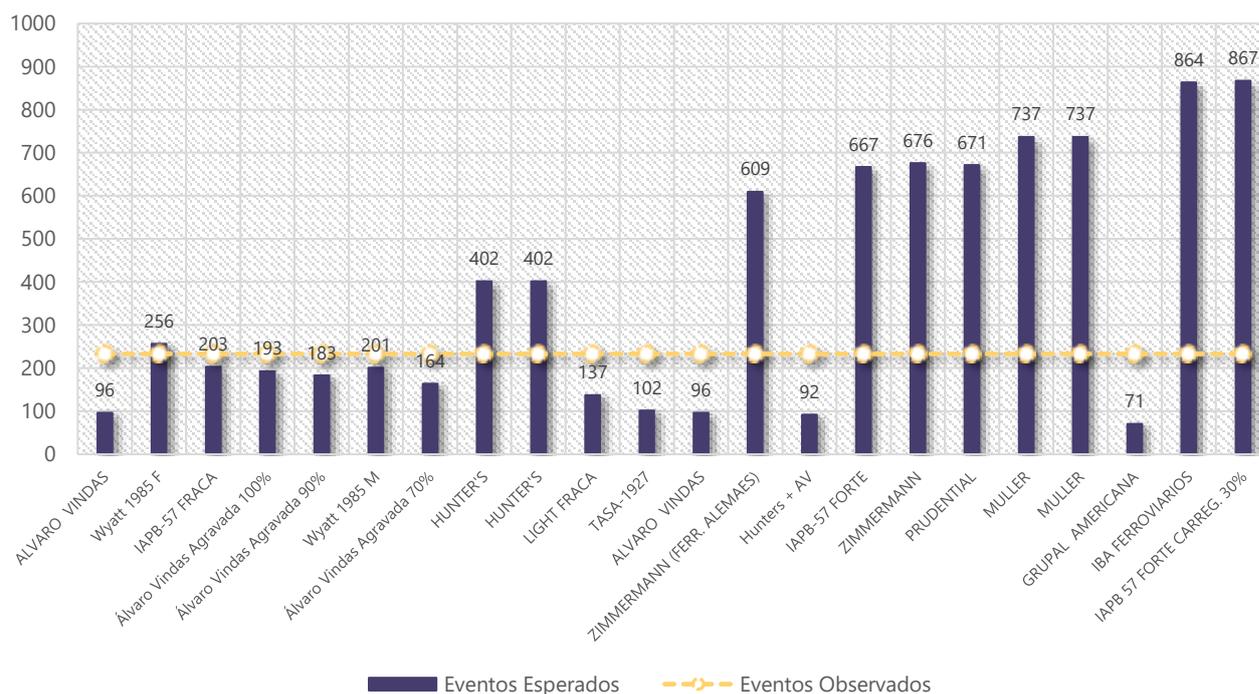
A manutenção da tábua IBGE para projeção da sobrevivência dos inválidos gera obrigações previdenciárias superiores àquelas mais aderentes, devendo ser mantidas por força de norma e observando-se um viés de conservadorismo.

### 4.3. ENTRADA EM INVALIDEZ

Atualmente é adotada tábua Álvaro Vindas como hipótese de entrada em invalidez aos segurados do IPREJUN. Foram aplicados os diferentes testes estatísticos apresentados, visando à análise da adequação da referida hipótese ou a necessidade de substituição da mesma, conforme demonstrado a seguir.

Ao confrontar o número de óbitos gerados pela tábua biométrica vigente ao quantitativo de eventos observados durante o período se pode constatar que o número de entradas em invalidez entre os servidores municipais é muito superior ao estimado. Esse fato preocupa, pois, a subestimação de eventos pode levar a custos baixos, embora venham a frustrar a necessidade de recursos no longo prazo, gerando perdas atuariais consistentes ao longo dos anos, e a materialização dos riscos atuariais em déficits técnicos estruturais.

**Gráfico:** Eventos Esperados e observados – Entradas em invalidez



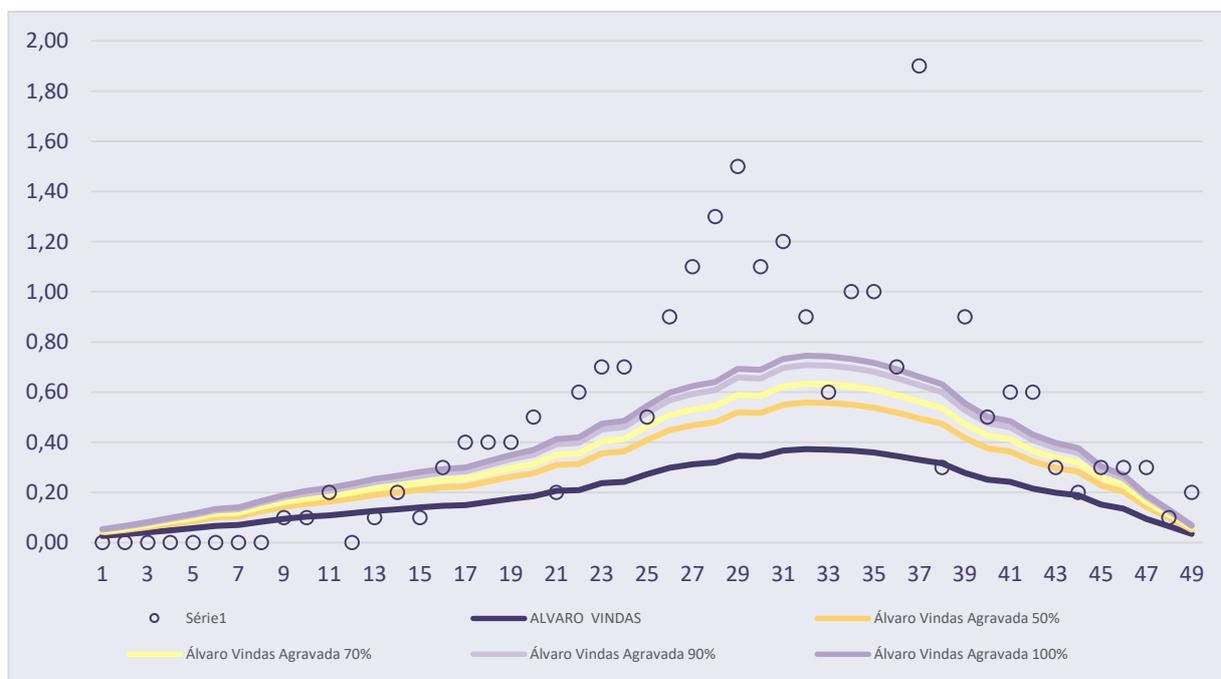
Conforme demonstrado no gráfico, as tábuas que geram números de eventos mais próximos aos reais seriam a Wyatt 1985 F, IAPB 57 Fraca e a Tábua Álvaro Vindas agravada em 100% e 90%.

Analisando-se, porém, a distribuição de eventos idade a idade, observamos que apenas a tábua vigente (Álvaro Vindas) possuía similaridade à realidade dos segurados do RPPS, conforme tabela a seguir.

KOLMOGOROV-SMIRNOV	TESTE K-S	Critical statistic	Resultado
ALVARO VINDAS	0,1139	0,1268	Não rejeita H0
IAPB-57 FRACA	0,1461	0,1268	Rejeita H0
IAPB-57 FORTE	0,1406	0,1268	Rejeita H0
HUNTER'S	0,2442	0,1268	Rejeita H0
MULLER	0,6893	0,1268	Rejeita H0

Por esse motivo, recomenda-se adotar a tábua Álvaro Vindas como base inicial de estudo aplicando-se agravamentos em suas estatísticas até que tenhamos um quantitativo de eventos esperados similar aos observados.

Gráfico: Média de Eventos Esperados e observados por idade



Analisando-se adicionalmente o histórico de eventos ano a ano, tem-se os seguintes resultados:

Ano	Observado	ESPERADO				
		A.V	A.V 50%	A.V 70%	A.V 90%	A.V 100%
2009	19	5,442	8,164	9,252	10,341	10,885
2010	17	6,008	9,013	10,214	11,416	12,017
2011	13	7,548	11,321	12,831	14,341	15,095
2012	34	10,183	15,275	17,312	19,349	20,367
2013	31	11,319	16,979	19,242	21,506	22,638

Ano	Observado	ESPERADO				
		A.V	A.V 50%	A.V 70%	A.V 90%	A.V 100%
2014	28	13,130	19,695	22,321	24,947	26,260
2015	20	13,784	20,677	23,434	26,190	27,569
2016	28	14,130	21,195	24,021	26,847	28,260
2017	43	14,732	22,098	25,045	27,991	29,465
<b>DQM</b>		<b>15,938</b>	<b>11,331</b>	<b>9,696</b>	<b>8,289</b>	<b>7,710</b>

Analisando-se as tábuas com diferentes agravamentos, se observa que a tábua agravada em 100% demonstrou o menor desvio quadrático médio no período analisado.

Conforme se pode observar, mesmo agravando-se a tábua em 100% haveria ainda uma estimativa de entradas em invalidez inferior ao observado, porém, conforme testes estatísticos aplicados, dentro de um intervalo de aceitação da hipótese.

TESTE BINOMIAL	Média	Variância	L. Inferior	L. Superior	Observado	Divergência	Teste Global
ALVARO VINDAS	9,63	9,60	4	16	23,3	13,67	Rejeita H0
Álvaro Vindas Ag 50%	14,44	14,37	7	22	23,3	8,86	Rejeita H0
Álvaro Vindas Ag 70%	16,37	16,27	8	24	23,3	6,93	Não Rejeita H0
Álvaro Vindas Ag 90%	18,29	18,18	10	27	23,3	5,01	Não Rejeita H0
Álvaro Vindas Ag 100%	19,26	19,13	11	28	23,3	4,04	Não Rejeita H0

Conforme se pode observar, pelo teste binomial as tábuas Álvaro Vindas, sem agravamento, e aquela agravada em 50% são rejeitadas, sendo que a com maior agravamento demonstrou média mais próxima do real.

O mesmo ocorreu quando da aplicação do teste Qui-quadrado, sendo a tábua agravada em 100% com menor Estatística Q<sup>2</sup>.

Teste Qui-quadrado	Estatística Q <sup>2</sup>	Graus de Liberdade	Crítica statistic	Resultado
ALVARO VINDAS	19,43	1	3,84	Rejeita H0
Álvaro Vindas Ag 50%	7,16	2	5,99	Rejeita H0
Álvaro Vindas Ag 70%	4,46	2	5,99	Não Rejeita H0
Álvaro Vindas Ag 90%	2,73	2	5,99	Não Rejeita H0
Álvaro Vindas Ag 100%	2,14	2	5,99	Não Rejeita H0

Dados os resultados apurados, recomenda-se o agravamento da tábua de entrada em invalidez em 100% para fins de apuração do passivo atuarial. Recomenda-se adicionalmente medidas gerenciais para avaliar e mitigar o risco de entrada em invalidez entre os servidores públicos de cargo efetivo.

*Tais medidas podem envolver desde aspectos preventivos, de saúde, até fatores moderadores, como perícias médicas e normatização, observados os aspectos legais.*

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

*Destacamos que os estudos realizados foram desenvolvidos com base nos dados disponibilizados pelo Instituto de Previdência do Município de Jundiaí - IPREJUN Jundiaí (SP), conforme disposições do presente relatório e foram efetuados com base em metodologias cientificamente reconhecidas.*

*Recomenda-se a realização periódica dos testes estatísticos apresentados, visando a permanente adequação das hipóteses.*

*Belo Horizonte, 27 de novembro de 2018.*



---

*Rafael Porto de Almeida  
Atuário - MIBA 1.738*